

MAT4812 Explorations mathématiques à l'aide de l'informatique

Plan de cours

Lieu et horaire du cours : PK-S1550, Lundi, de 10h00 à 12h30 et mardi, de 10h00 à 12h00

Professeur responsable : Jean-Francois Maheux (PK-5425, jfquam@gmail.com, poste 3967)

Site web du cours : plateforme Moodle.

Descriptif

Ce cours permet aux étudiants de s'initier à l'utilisation d'outils informatiques dans l'exploration de concepts mathématiques. Ce cours de mathématique est axé sur des projets d'apprentissage intégrant des outils informatiques. Les thèmes couverts peuvent provenir de la géométrie, de la théorie des nombres, de l'algèbre, de la théorie des probabilités, ou d'autres domaines des mathématiques. L'objectif central du cours est de développer chez l'étudiant la capacité de formuler une question de recherche en mathématiques qui puisse être travaillée en utilisant des outils informatiques.

Objectifs principaux du cours

- Opérer une synthèse des connaissances acquises sur l'utilisation de la technologie en mathématiques ;
- Faire expérimenter de façon libre des mathématiques différentes de celles du secondaire (et du CEGEP)
- Développer de nouvelles habiletés d'ordre mathématique, technologique et didactique ;
- Et en de façons périphérique : Réfléchir sur les enjeux méthodologiques et didactico-pédagogiques de l'intégration de la technologie dans l'enseignement des mathématiques.

Déroulement du cours

Dans le cadre du cours vous allez vous engagez dans des projets d'apprentissage individuel* en travaillant sur un ou plusieurs problèmes mathématiques à l'aide de la technologie. Ceci se fait dans le cadre d'un travail ouvert : c'est vous qui décidez quels sont les problèmes qui vous intéressent, comment vous les attaquez, etc. Évidemment, je vais jouer un rôle de conseiller et de guide au besoin. Plus de détails sont offerts dans la section *Travaux*.

Bien que les projets soient individuels, vous allez former des équipes de 3 ou 4 étudiants. Chacun des membres de l'équipe a pour mandat de se soutenir les autres dans leurs explorations respectives.

Chaque semaine, vous devez donc avoir une rencontre d'équipe pour mettre en commun votre travail mathématique. Avec vos forces respectives (vos connaissances techniques, vos commentaires judicieux, vos idées mathématiques...), vous serez alors collaborateur du projet des autres membres de votre équipe. Ceci est un cours « projet » : nous n'aurons donc pas de rencontre régulières, mais un certain nombre d'activités sont planifiées et pour lesquelles votre participation est obligatoire (ateliers, conférences, etc.). ; Pour les rencontres d'équipes, il est naturellement suggéré d'utiliser les plages horaires du cours, mais ce n'est pas obligatoire. Cela dit, le calendrier des rencontres est sujet à changement et il sera toujours attendu que vous soyez disponible (et présents au besoin) sur ces plages horaires. Il est de *votre responsabilité* de vous rendre disponible.

RAPPEL IMPORTANT :

Ceci est un cours de 3 crédits, ce qui correspond à environ **9 heures** de travail par semaine. Vous feriez normalement 3h en cours, 2h en séance d'exercice, et 4h de travail à la maison. Bien que la formule *projet* du cours vous donne plus de temps à la maison, les exigences demeurent les mêmes.

Matériel

Des logiciels pertinents au cours sont disponibles sur les ordinateurs dans la salle PK-S1550. Toutes activités et la plupart des documents utilisés dans le cours seront disponibles sur Moodle. Il y a aussi un recueil de texte obligatoire (voir sur Moodle). En plus des lectures obligatoires, je vous suggère fortement le livre *L'Esprit Mathématique*, de J. Mason (à la Coop).

Synthèse des évaluations

Évaluation		Remise
Devis	10 %	semaine #2 ou #3
Rapport/Rencontre de suivi (2 × 10 %)	20 %	semaine #6 et #11
Essai	20 %	semaine 8
Journal Mathématique	40 %	Semaines 14, avant la présentation finale
Exposé oral	10 %	Semaine 14 et 15

Description des travaux

Devis (10 %)

Chaque étudiant doit remettre un bref *Devis* (entre 1 et 1 ½ page) au plus tard le vendredi de la deuxième semaine de cours (via Moodle) dans lequel vous indiquez simplement :

- Les problèmes qui vous intéressent a priori (voir Annexe) ;
- Les outils technologiques que vous comptez utiliser pour les explorer ;
- Ce qui vous fait croire que vous allez effectivement apprendre avec ce projet (e.g. apprentissages visés (*mathématiques, technologiques, ...*)) ;
- Une courte réflexion (environ 300 mots, ±30 mots) sur ce qui, selon vous, constitue une *bonne question mathématique à explorer avec la technologie*.

Journal Mathématique (30 %)

En fin de session, chaque étudiant devra remettre un *Journal Mathématique*. Dans ce journal, vous faites en continue le point sur vos explorations : quels (sous-) problèmes travaillez-vous, quelles sont vos trouvailles, quelles sont vos difficultés, que comptez-vous faire pour continuer à faire avancer votre projet, etc. Vous devez aussi faire l'effort d'identifier clairement les « idées mathématiques » mises en œuvre. Il peut s'agir par exemple d'avoir :

- Observer des cas (de manière aléatoire, informée, systématique, etc.) ;
- Organiser des cas/observations ;
- Chercher, formuler une régularité ;
- Reformuler le problème, préciser des conditions ;
- Formuler une hypothèse de travail, ou une conjecture, une procédure ;
- Valider une régularité, hypothèse, conjecture, etc. (tester avec de nouveaux cas) ;

- Utiliser des formules, des identités, des substitutions, etc. ;
- Généraliser ;
- Justifier une généralisation.

On parle donc de tout ce qui peut être raisonnement, processus, concept, théorie, méthode, etc.

Vous devez joindre à votre journal tous les documents pertinents. Le journal est donc composé de :

- a) Au moins 10 entrées (une par semaine), chacune indiquant clairement (mais ne se limitant pas nécessaire à)
 - Les problèmes travaillés ;
 - Les raisonnements mathématiques mis en œuvre ;
 - La manière dont il a été mis œuvre avec les outils informatiques.
- b) Les documents pertinents (fichiers, etc.)

Note 1 : Vous pouvez construire votre journal entièrement numériquement, mais il peut aussi très bien comporter des entrées manuscrites (notes de terrains, dessin/schémas, brouillon de travail mathématiques, etc.). **Par contre, la remise finale se fait absolument sous le format numérique.** Vous devrez donc numériser et organiser vos notes manuscrites au besoin. Si vous le juger nécessaire, les versions originales pourront aussi être remises. Il devrait s'agir d'une situation exceptionnelle.

Note 2 : Il est de vostra responsabilité de faire la démonstration du sérieux de votre démarche d'exploration mathématiques et technologiques. Je vous rappelle que l'on s'attend à ce que vous consacriez 9 heures par semaine au cours MAT4812. Vous devriez donc consacrer au moins 4-5 heures à vos explorations (le reste allant aux activités en classe, aux rencontres d'équipes, aux lectures et à la préparation des travaux). Nous devrions pouvoir suivre le sérieux de votre démarche à travers les entrées de ce journal. De plus, ce journal vous aidera évidemment à préparer votre *Présentation* finale.

Présentation finale (10 %)

Durant la dernière semaine de cours, chaque étudiant fera une brève présentation mettant l'accent sur ce qu'il ou elle a appris dans le cadre de ses explorations. Chaque personne aura exactement 10 minutes et devra avoir un support visuel (par ex. présentation PowerPoint) pour illustrer certaines de ses réalisations. Vos habiletés de communication mathématiques sont sollicitées ici. Vous devez rendre de manière claire, synthétique, intéressante et convaincante ce que vous avez développé, appris, compris, etc. durant le cours, les difficultés rencontrées, et ainsi de suite.

Rapports d'avancement (2 × 10 % = 20 %)

À **deux reprises** dans le cadre du cours (semaine 5 et semaine 10), vous devrez remettre un rapport d'avancement écrit (maximum 1 page). Il s'agit d'un rapport individuel, concernant votre travail. Dans ces rapports, vous devez noter de manière convaincante :

- a) Les questions explorées ;
- b) Les idées mathématiques impliqués** ;
- c) Les résultats obtenus ;
- d) Les difficultés rencontrées ;
- e) Les stratégies qui vous ont « débloqué » ;
- f) Le travail projeté pour les prochaines semaines.

Ce rapport est aussi présenté oralement. Chaque équipe sera rencontrée individuellement (à moins qu'un regroupement semble souhaitable). Chaque membre de l'équipe devra présenter en 4 minutes (± 20 sec.), le travail d'un autre étudiant de l'équipe. Cette présentation orale fait état de votre perception du travail de l'autre étudiant, selon les échanges que vous avez eus en équipe (je rappelle que vous devez vous rencontrer chaque semaine).

Essai/Travail réflexif (20 %) (individuel)

Un travail réflexif rédigé sous la forme d'un essai d'environ 3000 mots (± 300 mots) portant sur la relation entre les mathématiques et la technologie (20 %, individuellement). Un essai est un *texte argumentatif* : vous devez argumenter, formuler une opinion précise (qui peut être tranchée ou nuancée) sur le sujet et, dans ce cas-ci, vous appuyer sur des sources. L'énoncé qui doit diriger votre réflexion est :

Certains affirment que nous assistons aujourd'hui la fin des mathématiques déductives, alors que les mathématiques du future seront essentiellement algorithmiques, computationnelles. Est-ce possible ? Souhaitable ?

Quelles en seraient les conséquences sur les mathématiques en général, et l'enseignement des mathématiques en particulier ?

Vous devez faire *explicitement* référence à au moins 6 des textes proposés (dans le recueil), ainsi qu'aux ateliers/conférences en classe. Vous pouvez évidemment ajouter de nouvelles références.

Quelques conseils :

- Prenez des notes au fur et à mesure que vous progresser dans les lectures du cours ;
- Faites un brouillon d'idées (ou plusieurs !) ;
- Faites un plan pour votre texte en listant vos arguments ;
- Trouvez un titre qui traduit bien votre position ;
- L'introduction doit présenter clairement l'idée qui sera défendue ;
- Faites des sections/sous-section. Chacune doit présenter un argument (ou une série d'arguments) clairement mis en lien avec le thème. ;
- La conclusion doit rappeler les principaux arguments. ;
- Quand vous avez fini, faite lire et corriger votre texte par un/une collègue ;
- Faites ensuite lire et corriger votre texte par un ami, un parent (*est-ce difficile de suivre le raisonnement argumentatif ?*).

Calendrier approximatif

Semaine	Lundi 10h00 à 12h30	Mardi 10h00 à 12h00	REMISES	(semaine du..)
1	Intro	Atelier math		8 jan
2		Atelier math		15 jan
3	Boileau	Bergeron	Devis (10 %) (au plus tard)	22 jan
4	x			29 jan
5	x	x		5 fev
6		JPBoucher	Rapport 1 (10 %)	12 fev
7				19 fev
8			Essai (20 %) (avant vendredi)	26 fev
9	x	x		5 mars
10				12 mars
11			Rapport 2 (10 %)	19 mars
12				26 mars
13	x	x		2 avril
14		Présentations	Journal Mathématique (30 %)	9 avril
15	Présentations	Présentations	Présentation (10 %)	16 avril

ANNEXES

Comme projet personnel, je vous propose 2 avenues. Vous pouvez soit choisir de vous lancer dans un certain nombre de questions d'investigation (à vous de voir combien !), ou vous engagez dans la réalisation d'une « création » plus précise. Voici quelques suggestions.

Questions d'investigation

Les questions suivantes sont des points de départ. D'une part, évidemment ce n'est pas tant la réponse qui compte : c'est le moyen d'y arriver ! Si vous résolvez facilement une question à l'aide d'une commande, vous êtes sur la mauvaise voie : essayer d'y répondre autrement, ou transformez la question en problèmes plus difficile (creuser davantage, explorez les prolongements, ...). D'autre part, plusieurs de ces problèmes sont relativement 'célèbres' et on trouve des réponses sur Internet assez facilement. Enfin, n'oubliez pas que le but est de faire des *explorations mathématiques* (et d'en rendre compte), donc **cherchez toujours à aller plus loin**, lancez-vous dans l'inconnu !

Théorie des nombres

1. Combien y a-t-il de fois le chiffre 2 dans le nombre obtenu en faisant 123456789012345678901^2 .
2. Combien y a-t-il de multiples de 3 ou 5 plus petits que 100? Et que 1000?
3. Considérons les nombres de Fibonacci en position paire (1, 2, 3, 5, 8, 13, etc.). Quelle est la somme des 100 premiers? Des 1000 premiers?
4. Quel est le plus grand facteur premier de 6854751342? 600851475143? 6081451363543?
5. Quel est le plus grand palindrome fabriqué à partir du produit de deux nombres à deux chiffres? À trois chiffres?
6. Quel est le plus petit nombre divisible par chacun des nombres de 1 à 10 ? Et par tous les nombres de 1 à 20?

5. Qu'est-ce qui fait qu'un quadrilatère est inscriptible dans un cercle ou non ? Et un pentagone ou un octogone ?
6. Quelle est la somme maximale des angles d'un triangle tracé sur une sphère ?
7. Dans un polygone régulier à n côtés, quelle est la somme des distances d'un point intérieur avec les (supports des) côtés ?
8. On organise un concours de tracés de cercles à main levée. Comment déterminer le gagnant ?
9. Combien de cercle de diamètre 1 faut-il pour couvrir un triangle de surface n ?
10. Peut-on toujours inscrire un carré dans un triangle ?
11. On trace une courbe fermée à la main. Est-il toujours possible de tracer un carré dont les 4 sommets se trouvent sur la courbe ?
12. On trace un polygone à n face. On trace des segments reliant les point-milieu des cotés entre eux. Sous quelles condition est-il possible d'avoir 3 segments qui se croisent à l'intérieur de la figure?

Probabilité

1. On place 50 boules numérotées dans un sac, et on en tire une à la fois, puis on la remet et on mélange. Quel est le nombre minimal de tirage nécessaire pour que la probabilité de tirée 2 fois la même boule soit de 50% ? Et s'il y avait 500 boules dans le sac ?
2. Deux personnes jouent ensemble au dés, et le vainqueur est celui qui remporte le plus grand nombre de partie. Chacun mise au départ 50\$, et ils décident que le nombre de partie jouées sera de 30. Hélas, ils se font interrompre à la 20^{ème} partie ! Comment partager les enjeux ?
3. On tire à pile ou face. Quelle est la probabilité que la pièce ayant produit les résultats suivants soit truquée ? FFFPFFFPFPFFFPF
4. Quel est la probabilité que 2 nombres naturels pris au hasard soient co-premiers? (ou encore : quelle est la probabilité qu'une fraction formée avec 2 nombres pris au hasard soit irréductible?)
5. James Bond vient de mettre la main sur un ordinateur dont il doit décrypter le mot de passe. Il possède un petit appareil créé par M permettant de tester 1 million de mots de passe par seconde. Mais James a seulement 5 minutes pour trouver le code. Quelles sont ses chances de réussir ?
6. À l'examen de MAT3211, trois étudiantes ont oublié de signer leurs copies. François, qui donne le cours, estime que Paulette à 80% de chance d'avoir fait un bon examen, Sylvette aurait selon lui 70% de bien réussir, et Claudette seulement 50%. Or, dans les 3 copies non signées, seulement une à une mauvaise note. Quelle est la probabilité que ce soit Claudette ?
7. Le serveur de l'UQAM traite des messages qui arrivent un peu au hasard, avec en moyenne 9 messages par minute. Quelle est la probabilité qu'au moins 5 messages arrivent dans la prochaine minute ?
8. Utiliser la méthode de Monte-Carlo (en tirant des nombres au hasard pour établir un proportion) pour calculer la racine carrée de 2.
9. Dans certaines villes, chaque jour est ensoleillé ou pluvieux. Une journée ensoleillée est suivie d'une autre journée ensoleillée avec une probabilité de 0,7, tandis qu'une journée pluvieuse est suivie d'une journée ensoleillée avec une probabilité de 0,4. S'il pleut lundi, faites les prédictions pour mardi, mercredi et jeudi.
10. Des pannes de réseaux se produisent en moyenne au tau de 5 par mois. Quelle est la probabilité que plus de 3 pannes se produise au cours du même mois.

11. On trace un cercle dans lequel on inscrit un triangle équilatéral. Si on prend une corde aléatoire du cercle, quelle est la probabilité que la longueur de la corde soit inférieure à la longueur du côté du triangle équilatéral ?

Ces problèmes ne sont de toute manière que des suggestions : tant mieux si vous en avez « à vous »!

Créations mathématiques

Plutôt que d'explorer des « questions mathématiques » vous pouvez choisir de formuler un projet du genre :

- Programmer un générateur/solveur de Sudoku
- Programmer des algorithmes complexe (e.g. celui d'extraction de la racine carrée chiffre à chiffre, ou la formule de résolution d'équation du 3^e degré, etc.)
- Exploration de conjectures ou de problème ouvert (e.g. Goldbach, Syracuse, nombre quasi parfait, matrice de Hadamar...)
- Présentation par des animations ou des constructions de certains concepts mathématiques avancés (e.g. quaternion, 4-polytopes, attracteurs étranges...)
- Etc.

Voici quelques projets sélectionnés parmi ceux réalisés par des étudiants d'autres années. Attention, ne vous fiez pas simplement à ce que vous trouvez comme projets sur le web, la formule du cours varie d'une année à l'autre (par exemple : pas d'examen cette année).

- Martin Ferland : ***Résolution automatique du cube de Rubik***
 - <http://www.math.uqam.ca/~boileau/Explorations2012/Projets/Rubik.zip>
- Victor Besançon et Julien Couture : ***Que sont les quadriques ?***
 - <http://www.math.uqam.ca/~boileau/Explorations2012/Projets/Quadriques/EPP.html>
- Jean-Yves Boulais et Simon Tremblay : ***Le cylindre de Schwarz***
 - http://www.math.uqam.ca/~boileau/Explorations2010/Cylindre_Schwarz.zip
- Rachida Seghaghra, ***Estimation du nombre π par la méthode des aiguilles de Buffon***
 - <http://www.math.uqam.ca/~boileau/Explorations2006/Buffon.zip>

Les douze compétences professionnelles attendues des enseignants et des enseignantes du secondaire, selon le MELS

FONDEMENTS

1. Agir en tant que professionnelle ou professionnel héritier, critique et interprète d'objets de savoirs ou de culture dans l'exercice de ses fonctions.
2. Communiquer clairement et correctement dans la langue d'enseignement, à l'oral et à l'écrit, dans les divers contextes liés à la profession enseignante.

ACTE D'ENSEIGNER

3. Concevoir des situations d'enseignement-apprentissage pour les contenus à faire apprendre, et ce, en fonction des élèves concernés et du développement des compétences visées dans le programme de formation.
4. Piloter des situations d'enseignement-apprentissage pour les contenus à faire apprendre, et ce, en fonction des élèves concernés et du développement des compétences visées dans le programme de formation.
5. Évaluer la progression des apprentissages et le degré d'acquisition des compétences des élèves pour les contenus à faire apprendre.
6. Planifier, organiser et superviser le mode de fonctionnement du groupe-classe en vue de favoriser l'apprentissage et la socialisation des élèves.

CONTEXTE SCOLAIRE ET SOCIAL

7. Adapter ses interventions aux besoins et aux caractéristiques des élèves présentant des difficultés d'apprentissage, d'adaptation ou un handicap.
8. Intégrer les technologies de l'information et des communications aux fins de préparation et de pilotage d'activités d'enseignement-apprentissage, de gestion de l'enseignement et de développement professionnel.
9. Coopérer avec l'équipe-école, les parents, les différents partenaires sociaux et les élèves en vue de l'atteinte du développement et l'évaluation des compétences visées dans le programme de formation, et ce, en fonction des élèves concernés.
10. Travailler de concert avec les membres de l'équipe pédagogique à la réalisation des tâches permettant le développement et l'évaluation des compétences visées dans le programme de formation, et ce, en fonction des élèves concernés.

IDENTITÉ PROFESSIONNELLE

11. S'engager dans une démarche individuelle et collective de développement professionnel.
12. Agir de façon éthique et responsable dans l'exercice de ses fonctions.

À l'UQAM, nous ajoutons une compétence qui nous est propre :

13. S'approprier la réalité pluriethnique de la société québécoise et de l'école montréalaise, se sentir réellement concerné dans ses actions pédagogiques, développer les compétences de l'éducation interculturelle.

Le cours MAT4812 cible plus particulièrement les compétences 1, 2 et 8. Le cours exige un travail individuel dans certaines tâches ainsi qu'un travail d'équipe dans d'autres. Il développe aussi la compétence 11.

Politique sur l'intégrité académique

Règlement no 18 sur les infractions de nature académique

Tout acte de plagiat, fraude, copiage, tricherie ou falsification de document commis par une étudiante, un étudiant, de même que toute participation à ces actes ou tentative de les commettre, à l'occasion d'un examen ou d'un travail faisant l'objet d'une évaluation ou dans toute autre circonstance, constituent une infraction au sens de ce règlement. Les sanctions reliées à des infractions académiques sont précisées à l'article 3 du Règlement no 18. Pour plus d'information sur ces infractions et comment les prévenir, voir le site : <http://www.integrite.uqam.ca>.

Politique 16 sur le harcèlement sexuel

Le harcèlement sexuel se définit comme étant un comportement à connotation sexuelle unilatéral et non désiré ayant pour effet de compromettre le droit à des conditions de travail et d'étude justes et raisonnables, ou le droit à la dignité. La politique 16 identifie les comportements suivants comme du harcèlement sexuel :

1. Manifestations persistantes ou abusives d'un intérêt sexuel non désirées.
2. Remarques, commentaires, allusions, plaisanteries ou insultes persistants à caractère sexuel portant atteinte à un environnement propice au travail ou à l'étude.
3. Avances verbales ou propositions insistantes à caractère sexuel non désirées.
4. Avances physiques, attouchements, frôlements, pincements, baisers non désirés.
5. Promesses de récompense ou menaces de représailles, implicites ou explicites, représailles liées à l'acceptation ou au refus d'une demande d'ordre sexuel.
6. Actes de voyeurisme ou d'exhibitionnisme.
7. Manifestations de violence physique à caractère sexuel ou imposition d'une intimité sexuelle non voulue.
8. Toute autre manifestation à caractère sexuel offensante ou non désirée.

Pour plus d'information :

http://www.instances.uqam.ca/ReglementsPolitiquesDocuments/Documents/Politique_no_16.pdf

Pour rencontrer une personne ou faire un signalement : Bureau d'intervention et de prévention en matière de harcèlement 514-987-3000, poste 0886 ; www.harcelement.uqam.ca

Étudiants ayant une déficience de type visuelle, auditive, motrice, trouble d'apprentissage, trouble envahissant du développement et trouble de santé mentale

Les étudiants qui ont une lettre d'Attestation des mesures d'aménagements académiques obtenue auprès d'un conseiller de l'**Accueil et soutien aux étudiants en situation de handicap (ASESH)** doivent rencontrer leur professeur au début de la session afin que des mesures d'aménagements en classe ou lors des évaluations puissent être mises en place. Ceux qui ont une déficience ou une incapacité mais qui n'ont pas cette lettre doivent contacter l'**ASESH** au 514-987-3148 ou se présenter au local AB-2300 le plus tôt possible.